

# DIFERENCIJALNA GEOMETRIJA

## Ispitna pitanja

Miroslava Antić

1. **Topološke i diferencijabilne mnogostrukosti** Definicije, karte, atlasi, primeri (projektivni prostor, Lijeve grupe)
2. **Diferencijabilna preslikavanja mnogostrukosti** Definicija, algebra diferencijabilnih funkcija mnogostrukosti, difeomorfizam, slobodno i diskretno dejstvo grupe na mnogostrukost
3. **Orijentabilnost mnogostrukosti** Definicija, primeri  $S^n$  i  $RP^2$
4. **Tangentni prostor** Definicija tangentnog vektora i prostora, tangentni vektori kao diferenciranje
5. **Diferencijal glatkog preslikavanja** Definicija, osobine, tangentni vektor na krivu, primer krive u  $R^n$
6. **Vektorsko polje diferencijabilne mnogostrukosti** Definicija, koordinatna vektorska polja, struktura vektorskog prostora, Lijeve zagrade
7. **Tangentno raslojenje** Diferencijabilna struktura na tangentnom raslojenju, sečenje tangentnog raslojenja, trivijalna raslojenja, primeri
8. **Diferencijal glatkog preslikavanja** ...je diferencijabilno preslikavanje mnogostrukosti, kada je diferencijal nula
9.  **$f$ -povezana vektorska polja** Definicija, pitanje egzistencije i jedinstvenosti, osobine
10. **Kotangentno raslojenje** Kotangentni prostor u tački, definicija kotangentnog raslojenja, preslikavanje kovektorskog polja
11. **Diferencijabilna raslojenja** Definicija, osobine, primeri, vektorska raslojenja
12. **Podmnostrukosti** Definicija, atlas podmnostrukosti, primeri
13. **Imerzije, submerzije i ulaganja** Definicije, primeri
14. **Podmnostrukosti i diferencijabilna preslikavanja** Osnovna teorema (o preslikavanju ranga  $k$ ) i posledice o podmnostrukostima, inverzna slika tačke je podmnostrukost (rang  $f = k$ )
15. **Vektorska i kovektorska polja na podmnostrukostima** Pitanje egzistencije restrikcije vektorskog i kovektorskog polja sa ambijentne mnogostrukosti na podmnostrukost i osobine, lokalna i globalna ekstenzija vektorskog polja
16. **Integralna kriva** Definicija, pitanje egzistencije, tok vektorskog polja, geometrijska interpretacija Lijeve zagrade, dva vektorska polja komutiraju akko komutiraju njihovi tokovi
17. **Distribucije i teorema Frobenijusa** Involutivna distribucija, integralna mnogostrukost, teorema Frobenijusa, vektorska polja koja komutiraju su koordinatna
18. **Linearna koneksija** Definicija, kovarijantni izvodi, Kristofelovi simboli i jednačina promene koordinata, simetričnost, koneksija na produkt mnogostrukosti
19. **Paralelno pomeranje** Egzistencija i jedinstvenost polja paralelnog duž krive sa datim početnim uslovom, definicija paralelnog pomeranja i osobine
20. **Geodezijske krive** Definicija, jednačine, određenost tačkom i vektorom, reparametrizacija geodezijske krive
21. **Koneksija na podmnostrukosti** Indukovana koneksija i Gausova formula, druga osnovna forma, totalno geodezijske podmnostrukosti u simetričnoj i nesimetričnoj koneksiji
22. **Krivina i torzija linearne koneksije** Definicija, osobine, geometrijska interpretacija krivine
23. **Rimanove mnogostrukosti** Metrika, dužina krive, egzistencija metrike, metrika na podmnostrukosti, na produkt mnogostrukosti, konformna i izometrička preslikavanja, Nešova teorema, prva osnovna forma

24. **Levi-Čivita koneksija** Egzistencija i jedinstvenost, Kristofelovi simboli u lokalnoj karti, indukovana koneksija na podmnogostrukosti je Levi-Čivita
25. **Paralelno pomeranje koneksije Levi-Čivita** Paralelno pomeranje je izometrija akko je koneksija metrička, komutiranje paralelnog pomeranja i izometrije dve mnogostrukosti
26. **Eksponencijalno preslikavanje** Definicija, osobine, veza sa parametrizacijom geodezijskih, primeri
27. **Normalne koordinate** Definicija, osobine odgovarajućih Kristofelovih simbola, Gausova lema
28. **Minimizujuće svojstvo geodezijskih linija** Geodezijske su lokalno najkraće krive, najkraća kriva je reparametrizacija geodezijske
29. **Teorema Hopf-Rinova**
30. **Rimanova krivina** Definicija, osobine, sekciona krivina, određenost Rimanove krivine sekcionim, Gausova jednačina, Šurova teorema, određenost Rimanove mnogostrukosti sekcionim krivinama