

# Linearna algebra i analitička geometrija

## Ispitna pitanja

M. Antić

1. **Linearne jednačine i sistemi** Definicije, ekvivalentnost sistema, homogene jednačine, veza medju rešenjima nehomogenog i homogenog sistema
2. **Elementarne transformacije sistema jednačina** Tipovi, invarijantnost skupa rešenja, trougaoni sistem, Gausov postupak
3. **Vektorski prostor  $R^n$**  Definicija, sabiranje, množenje skalarom i osobine, linearna kombinacija vektora, linearna nezavisnost, veza sa sistemima linearnih jednačina
4. **Skalarni proizvod u  $R^n$**  Definicija, osobine, ortogonalnost vektora, norma, nejednakosti Koši-Švarca i Minkovskog, uglo između vektora, projekcija jednog vektora na drugi
5. **Vektorski i mešoviti proizvod** Definicije, osobine, formula dvostrukog vektorskog proizvoda, površina paralelograma i zapremina paralelepipeda, veza sa linearnom nezavisnošću dva i tri vektora
6. **Prave i hiperravni u  $R^n$**  Definicije, jednačine, rastojanje tačke od prave, od ravni u  $R^3$ , položaj dve ravni, položaj dve prave i prave i ravni u  $R^3$ .
7. **Matrice** Definicija, sabiranje, množenje matrica, množenje matrice skalarom, osobine, veza sa sistemom linearnih jednačina
8. **Blok matrice, transponovanje, trag kvadratne matrice** Definicije i osobine
9. **Elementarne transformacije vrsta matrice** Tipovi transformacija, ekvivalentne matrice, kanonske matrice, elementarne matrice vrsta
10. **Inverzna matrica** Definicija, jedinstvenost, invertibilnost elementarnih matrica, izračunavanje inverzne matrice elementarnim transformacijama vrsta
11. **Elementarne transformacije kolona** Tipovi transformacija, ekvivalentne matrice, kanonske matrice, elementarne matrice kolona, slične matrice
12. **Specijalni tipovi kvadratnih matrica** Tipovi, osobine, moguća zatvorenost za sabiranje ili množenje matrica, množenje matrica skalarom
13. **Vektorski prostori** Definicija, osobine, primeri, vektorski potprostor, presek potprostora, skup rešenja homogene jednačine nad  $R$  je potprostor
14. **Lineal i baza vektorskog prostora** Linearne kombinacije i linearna nezavisnost vektora, definicija i osobine lineala, baza vektorskog prostora i koordinate vektora u odnosu na bazu

15. **Dimenzija vektorskog prostora** Jednakobrojnost baza konačno dimenzionog prostora, dopuna linearno nezavisnog skupa do baze, dimenzija prostora
16. **Prostor vrsta matrice** Definicija, rang vrsta i kolona matrice matrice, veza sa ekvivalentnim matricama, jednoznačna korespondencija sa kanonskim matricama, rang vrsta jednak je rangu kolona
17. **Kroneker-Kapeijeva teorema** Veza sistema linearnih jednačina sa rangom matrica, Kroneker-Kapelijeva teorema, dimenzija prostora rešenja homogenog sistema
18. **Suma vektorskih potprostora** Definicija, osobine, Grasmanova formula, direktna suma
19. **Koordinate vektora** Koordinate vektora u odnosu na bazu, slaganje sa sabiranjem vektora i množenjem skalarom, matrica prelaska sa jedne baze na drugu, formule promene koordinata
20. **Linearni operatori** Definicija i osobine, primeri, kompozicija lin. operatora, teorema o rangu i defektu, izomorfizam dva prostora, veza nesingularnosti i bijektivnosti preslikavanja
21. **Algebra linearnih operatora** Sabiranje i množenje linearnih operatora, množenje skalarom, algebra linearnih preslikavanja
22. **Matrično predstavljanje linearnih preslikavanja** Reprezentacija, izomorfizam algebre linearnih preslikavanja i algebre kvadratnih matrica, promena baze i matrica operatora
23. **Determinante** Definicija, osobine, veza sa elementarnim transformacijama, veza sa invertibilnošću, Koši-Bineova teorema
24. **Minori i kofaktori** Definicija, Laplasova teorema, Kramerova teorema, determinanta linearnog operatora
25. **Unitarni prostori** Definicija, norma, vektora, Koši-Švarcova nejednakost, ortogonalnost vektora, ortogonalan skup je potprostor, Pitagorina teorema, ortogonalna projekcija vektora na potprostor
26. **Gram-Šmitov postupak** Postupak, svaki ortogonalan skup može se proširiti do ortonormirane baze, rastavljanje prostora na direktnu ortogonalnu sumu, ugao između vektora i potprostora
27. **Gramova matrica** Definicija, osobine, simetrične pozitivno definitne matrice, Gramova matrice u dve baze, Gramova determinanta
28. **Karakteristični polinom** Definicija, karak. polinom sličnih matrica, Kejli-Hamiltonova teorema, sopstveni vektor i sopstvena vrednost, sopstvena vrednost je koren karakterističnog polinoma, sopstveni potprostor, algebarska i geometrijska višestrukosti
29. **Dijagonalizabilnost** Definicija, linearno nezavisni sopstveni vektori, sopstveni vektori različitih vrednosti su nezavisni, karak. polinom i sopstvene vrednosti simetrične matrice

30. **Minimalni polinom** Definicija, veza sa karakterističnim, invarijantni potprostori, rastavljanje prostora na direktnu sumu invarijantnih potprostora, dijagonalizabilnost i minimalni polinom
31. **Nilpotentni operatori** Definicija, osobine, reprezentacija, Žordanova forma