

Seminarski rad: PIRAMIDALNI ALGORITAM ZA BIORTOGONALNE TALASIĆE

Reprezentacija funkcije biortogonalnim talasićima

$$x_j(t) = \sum_k a_{j,k} \tilde{\varphi}_{j,k}(t), \quad a_{jk} = \int x(t) \varphi_{jk}(t) dt$$

$$x(t) = \sum_j \sum_k b_{j,k} \tilde{\psi}_{j,k}(t), \quad b_{j,k} = \int x(t) \psi_{jk}(t) dt$$

$$(*) \quad x(t) = \sum_k a_{Jk} \tilde{\varphi}_{Jk}(t) + \sum_{j=0}^J \sum_k b_{jk} \tilde{\psi}_{jk}(t)$$

Biortogonalne funkcije skaliranja i talasići definisani su jednačinama

$$\varphi(t) = \sum_k h_0(k) \varphi(2t - k), \quad \tilde{\varphi}(t) = 2 \sum_k f_0(k) \tilde{\varphi}(2t - k),$$

$$\psi(t) = \sum_k h_1(k) \varphi(2t - k), \quad \tilde{\psi}(t) = 2 \sum_k f_1(k) \tilde{\varphi}(2t - k).$$

Veze koeficijenata filtera ovih jednačina su

$$\sum_n h_0(n) f_0(n + 2k) = \delta(k),$$

$$h_1(n) = (-1)^n f_0(1 - n), \quad f_1(n) = (-1)^n h_0(1 - n).$$

Brza biortogonalna transformacija talasićima

$$\mathbf{FWT} \quad a_{j,k} = \sum_l h_0(l - 2k) a_{j-1,l}, \quad b_{j,k} = \sum_l h_1(l - 2k) a_{j-1,l}, \quad j = 1, \dots, J,$$

$$\mathbf{IFWT} \quad a_{j-1,l} = \sum_k (f_0(l - 2k) a_{j,k} + f_1(l - 2k) b_{j,k}), \quad j = J, \dots, 1$$

Ako se koriste ortogonalni talasići, onda je $\tilde{\varphi}(t) \equiv \varphi(t)$ i $\tilde{\psi}(t) \equiv \psi(t)$, te je $\tilde{a}_{j,k} = a_{j,k}$, $\tilde{b}_{j,k} = b_{j,k}$ i $f_0(n) = h_0(n)$ i $f_1(n) = h_1(n)$.

Napisati program u MatLabu za:

1. Računanje koeficijenata $a_{j,k}$ i $b_{j,k}$ u reprezentaciji (*)
2. Rekonstrukciju signala na osnovu datih koeficijenata $a_{j,k}$ i $b_{j,k}$, $j = J, \dots, 1$. Vrednosti potrebne za izračunavanje transformacija na granicama signala $x(k)$, $k \in [-K, K]$, odrediti na jedan od sledeća tri načina:

- (a) Produženjem signala nulama, $x(k) = 0, |k| > K$.
 (b) Periodičnim produženjem signala, $x(k \pm 2K) = x(k)$.
 (c) Simetričnim produženjem signala, $x(-K-k) = x(-K+k)$ i $x(K+k) = x(K-k)$
 za $k = 1, 2, \dots$.

Za početne vrednosti algoritma FWT $a_{0,n}$ uzeti date vrednosti signala $x(n)$.

3. Omogućiti zamenu nulom svih koeficijenata $|b_{j,k}| < T$, gde je T zadati trag.

Ulaz:

1. Dužine filtera analize i sinteze N i M .
2. Koeficijenti filtera analize $h_k(n), n = 0, \dots, N - 1$, i filtera sinteze $f_k(n), n = 0, \dots, M - 1, (k = 0, 1)$.
3. Ulazni signal $x(k), k = -K, \dots, K$.
4. Broj nivoa analize J .
5. Izbor uslova na granici signala (a, b ili c).
6. Trag T .

Izlaz:

1. Editovati i predstaviti grafički brojne vrednosti nizova koeficijenata $\{a_{j,k}\}$ i $\{b_{j,k}\}$, određene formulama FWT za svako $j = 0, \dots, J$.
2. Pomoću dobijenih koeficijenata formulom IFWT rekonstruisati signal $x(k)$. Grafički predstaviti (spajanjem susednih tačaka pravom) polazni i rekonstruisani signal (različitim bojama).

Koeficijenti nekih biortogonalnih filtera

Ime	h_0	h_1	f_0	f_1
Haar * $\sqrt{2}$	[1, 1]	[-1, 1]	[1, 1]	[1, -1]
Daub. D_4 * $4\sqrt{2}$	$[1 - \sqrt{3},$ $3 - \sqrt{3},$ $3 + \sqrt{3},$ $1 + \sqrt{3}]$	$[1 + \sqrt{3},$ $-3 - \sqrt{3},$ $3 - \sqrt{3},$ $-1 + \sqrt{3}]$	$[1 + \sqrt{3},$ $3 + \sqrt{3},$ $3 - \sqrt{3},$ $1 - \sqrt{3}]$	$[-1 + \sqrt{3},$ $3 - \sqrt{3},$ $-3 - \sqrt{3},$ $1 + \sqrt{3}]$
bin.3/5 *4	[1, 2, 1]	[-1, -2, 6, -2, -1]	[-1, 2, 6, 2, -1]	[-1, 2, -1]
bin.5/3 *4	[-1, 2, 6, 2, -1]	[-1, 2, -1]	[1, 2, 1]	[-1, -2, 6, -2, -1]
bin.6/10 *8(128)	[-1, 1, 8, 8, 1, -1]	[-1, 1, 8, 8, -62, 62, -8, -8, -1, 1]	[1, 1, -8, 8, 62, 62, 8, -8, 1, 1]	[-1, -1, 8, -8, 1, 1]
bin.10/6 *128(8)	[1, 1, -8, 8, 62, 62, 8, -8, 1, 1]	[-1, -1, 8, -8, 1, 1]	[-1, 1, 8, 8, 1, -1]	[-1, 1, 8, 8, -62, 62, -8, -8, -1, 1]